

Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
(Финансовый университет)

Владикавказский филиал Финуниверситета

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора
по учебно-методической работе
Владикавказского филиала
Финуниверситета

З. Айлар 3.К. Айларова
«31» августа 2026 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

«ОП.04 Численные методы»

по специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий
искусственного интеллекта

Владикавказ 2026

Фонд оценочных средств по дисциплине разработан на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования (далее ФГОС СПО) по специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного интеллекта.

Составитель:

Ходова М.К., преподаватель, высшая квалификационная категория

Фонд оценочных средств по дисциплине рассмотрен и рекомендован к утверждению на заседании предметной (цикловой) комиссии математики и информатики

Протокол от « 28 » 08 2026 г. № 1

Председатель предметной (цикловой)
комиссии математики и информатики

 М.К. Ходова

**Паспорт фонда оценочных средств
по дисциплине «ОП.04 Численные методы»**

по специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий
искусственного интеллекта

Результаты обучения (знания, умения)	Общие и профессиональные компетенции	Наименование темы	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль успеваемости	Промежуточная аттестация
Раздел 1. «Введение в численные методы»				
знания: - численные методы решения математических задач, основы их применения для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - основы применения численных методов в инженерных задачах и задачах машинного обучения. - основы решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ умения: - применять численные методы решения математических задач для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - применять численные методы в инженерных задачах и задачах машинного обучения; - применять численные методы для больших систем уравнений; - уметь решать линейные и	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 1.1. «Основные задачи численных методов»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине
	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 1.2. «Линейные уравнения и системы уравнений»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине

трансцендентные уравнения и системы уравнений с помощью ЭВМ.	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 1.3. «Нелинейные уравнения»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине
Раздел 2. «Интерполяция и аппроксимация данных»				
знания: - численные методы решения математических задач, основы их применения для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - методы интерполяции и аппроксимации данных умения: - применять численные	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 2.1. «Полиномиальная интерполяция»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине

методы решения математических задач для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - применять методы интерполяции; - применять метод наименьших квадратов для аппроксимации данных	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 2.2. «Аппроксимация функций»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме Задания для самостоятельной работы. Доклад, сообщение	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине
Раздел 3. «Численное дифференцирование и интегрирование»				
знания: - численные методы решения математических задач, основы их применения для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - методы численного дифференцирования; - методы численного интегрирования	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 3.1. «Численное дифференцирование»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине
умения: - применять численные методы в инженерных задачах и задачах машинного обучения; - применять методы численного дифференцирования для анализа данных	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 3.2. «Численное интегрирование»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме Задания для самостоятельной работы. Доклад, сообщение	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине
Раздел 4. «Численные методы решения дифференциальных уравнений»				

знания: - численные методы решения математических задач, основы их применения для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - основы применения численных методов в инженерных задачах и задачах машинного обучения. - основы решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ; - разностные схемы для решения краевых задач умения: - применять численные методы решения математических задач для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - применять численные методы для больших систем уравнений; - применять численные методы для решения краевых задач в реальных задачах моделирования	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 4.1. «Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ)»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине
	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 4.2. «Краевые задачи»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме Задания для самостоятельной работы. Доклад, сообщение	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине

Раздел 5. «Численные методы для оптимизации»

знания: - численные методы решения математических задач, основы их применения для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - градиентные методы оптимизации; - методы многомерной оптимизации. умения: - применять численные	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 5.1. «Градиентные методы оптимизации»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме Задания для самостоятельной	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине
--	----------------------------------	---	--	---

методы решения математических задач для анализа и моделирования процессов в профессиональной деятельности; - применять численные методы для решения краевых задач в реальных задачах моделирования; - применять метод градиентного спуска; - осуществлять оптимизацию многомерных функций с ограничениями.			работы. Доклад, сообщение	
	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 5.2. «Методы многомерной оптимизации»	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме Практические занятия – решение практических заданий Комплект практических заданий по теме Итоговые тестовые задания Задания для самостоятельной работы. Доклад, сообщение	Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине

2. Комплект оценочных средства

1. Задания для текущего контроля успеваемости

Вопросы для устного (письменного) опроса по темам (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Раздел 1. «Введение в численные методы»

Тема 1.1. «Основные задачи численных методов»

1. Численное решение уравнений.
2. Применение численных методов в инженерных задачах и задачах машинного обучения.
3. Различие между численными и аналитическими решениями

Тема 1.2. «Линейные уравнения и системы уравнений»

1. Решение систем линейных уравнений методами Гаусса, Крамера.
2. Применение численных методов для решения больших систем уравнений

Тема 1.3. «Нелинейные уравнения»

1. Метод Ньютона для решения нелинейных уравнений.
2. Численные методы для поиска решений нелинейных задач оптимизации.

Раздел 2. «Интерполяция и аппроксимация данных»

Тема 2.1. «Полиномиальная интерполяция»

1. Интерполяция методом Лагранжа.
2. Применение интерполяции для восстановления недостающих данных

Тема 2.2. «Аппроксимация функций»

1. Метод наименьших квадратов для аппроксимации данных.
2. Сплайновая аппроксимация.

Раздел 3. «Численное дифференцирование и интегрирование»

Тема 3.1. «Численное дифференцирование»

1. Методы численного дифференцирования.
2. Применение дифференцирования для анализа данных.

Тема 3.2. «Численное интегрирование»

1. Квадратурные методы: метод трапеций, метод Симпсона.
2. Применение интегрирования в задачах машинного обучения.

Раздел 4. «Численные методы решения дифференциальных уравнений»

Тема 4.1. «Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ)»

1. Методы Эйлера и Рунге-Кутты для решения ОДУ.
2. Применение ОДУ в задачах моделирования и прогнозирования.

Тема 4.2. «Краевые задачи»

1. Разностные схемы для решения краевых задач.
2. Применение численных методов для решения краевых задач в реальных задачах моделирования.

Раздел 5. «Численные методы для оптимизации»

Тема 5.1. «Градиентные методы оптимизации»

1. Метод градиентного спуска и его вариации.
2. Стохастический градиентный спуск для больших наборов данных.

Тема 5.2. «Методы многомерной оптимизации»

1. Методы Ньютона для многомерных функций.
2. Методы оптимизации с ограничениями.

Критерии оценки ответов студента в процессе устного (письменного) опроса

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания вопросов программного материала.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и, по существу, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе некоторые неточности.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом показавшему владение основными понятиями, выносимых на рассмотрение вопросов, необходимыми для дальнейшего обучения и способность применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценки **«неудовлетворительно»** заслуживает студент, который не знает большей части основного содержания выносимых на рассмотрение вопросов дисциплины (темы), допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий.

Комплект практических заданий по темам (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Раздел 1. «Введение в численные методы»

Тема 1.1. «Основные задачи численных методов»

1. Практическое занятие «Решение линейных уравнений с использованием численных методов» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Решить систему линейных уравнений:

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + x_2 + 4x_3 = 9$$

2. Найти решение системы методом обратной матрицы:

$$x_1 + 2x_2 = 5$$

$$2x_1 + x_2 = 1$$

3. Решить систему методом Крамера:

$$2x_1 + x_2 = 3$$

$$x_1 + 2y = 4$$

2. Практическое занятие «Сравнение численных и аналитических решений для простых задач» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Методом простых итераций решить систему с точностью $\varepsilon = 0,001$:

$$4x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 = 2$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 3$$

2. Методом Зейделя найти решение системы с точностью $\varepsilon = 0,001$:

$$4x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 = 2$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 3$$

3. Практическое занятие «Применение численных методов для решения инженерных задач» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Решить методом прогонки систему с трёхдиагональной матрицей:

$$5x_1 - x_2 = -5$$

$$-x_1 + 5x_2 - x_3 = 24$$

$$-2x_2 + 5x_3 = -10$$

2. Для системы из задания 1 сравните скорость сходимости методов простых итераций и Зейделя, проводя вычисления до достижения точности $\varepsilon = 0,01$.

Тема 1.2. «Линейные уравнения и системы уравнений»

1. Практическое занятие «Решение систем линейных уравнений методом Гаусса» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Решить методом Гаусса систему уравнений:

$$x + y + z = 6$$

$$2x + y - z = 3$$

$$3x + 2y + z = 10$$

2. Решить методом Гаусса систему:

$$x + y + z + c = 1$$

$$x + y + z + c = 2$$

$$x + y + z + c = 3$$

$$x + y + z + c = 4$$

2. Практическое занятие «Решение систем линейных уравнений методом Крамера» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$x - y = -4$$

$$2x + y = -5$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$x + y + z = 6$$

$$2x + y + 3z = 14$$

$$x + 2y + z = 8$$

3. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$2x + y - z = 1$$

$$x - y + 2z = 2$$

$$3x + y + z = 3$$

3. Практическое занятие «Применение численных методов для больших систем уравнений»

Практические задания:

1. Рассмотрите систему из 3 уравнений с 3 неизвестными, возникающую при дискретизации краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения (метод конечных разностей). Примените метод Ньюраска (модификация метода Ньютона для систем) и сравните число операций с методом простой итерации.

Тема 1.3. «Нелинейные уравнения»

1. Практическое занятие «Реализация метода Ньютона для решения нелинейных уравнений» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Отделить корни уравнения $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$ аналитически, проверить условия применимости метода Ньютона на отрезке изоляции корня, выполнить две итерации для уточнения корня, взяв в качестве начального приближения левую границу отрезка, и оценить погрешность.

2. Сравнить скорость сходимости и устойчивость метода Ньютона и метода секущих при решении уравнения $x^3 - x - 1 = 0$ на отрезке $[1, 2]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

2. Практическое занятие «Применение численных методов для задач оптимизации в нелинейных системах» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Найти решение системы уравнений

$$\sin(x_1 + x_2) - 1,3x_1 - 1 = 0$$

$$x_1^2 + (0,2x_2)^2 - 1 = 0$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$. Начальное приближение выберите графически (по графику функции).

2. Исследовать поведение метода Ньютона для функции $f(x) = x^2(x - 1)e^{-x}$ на отрезке $[0, 1]$.

Раздел 2. «Интерполяция и аппроксимация данных»

Тема 2.1. «Полиномиальная интерполяция»

1. Практическое занятие «Интерполяция методом Лагранжа для восстановления недостающих данных» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Даны точки $(0, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 5)$. Требуется:

Построить интерполяционный многочлен Лагранжа $L_2(x)$.

Найти приближённое значение функции в точке $x = 0,5$.

2. Даны значения логарифма: $\lg 340 \approx 2,531$, $\lg 350 \approx 2,544$, $\lg 360 \approx 2,556$, $\lg 370 \approx 2,568$. Найти $\lg 345$ и $\lg 365$.

2. Практическое занятие «Построение полиномиальной интерполяции для реальных данных» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Зная значения $\sin x$ в точках $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3$, найти приближённые значения $\sin \pi/4$ и $\sin 3\pi/4$. Оценить погрешность интерполяции.

Тема 2.2. «Аппроксимация функций»

1. Практическое занятие «Применение метода наименьших квадратов для аппроксимации данных» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Аппроксимировать методом наименьших квадратов следующую выборку данных:

x	y
1	2
2	3
3	5
4	7
5	11

2. Даны экспериментальные данные о значениях переменных x и y :

x	y
0,25	5,8945
0,75	5,7276
1,25	5,6045
1,75	5,4955
2,25	5,3637
2,75	5,2422

x	y
3,25	5,1196
3,75	5,0045

Используя МНК, аппроксимировать эти данные:
 линейной зависимостью $y = a_0 + a_1x$ (найти параметры a_0 и a_1);
 квадратичной зависимостью $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ (найти параметры a_0 , a_1 и a_2).

2.Практическое занятие «Аппроксимация данных с использованием сплайнов» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

- 1.Дан набор точек: (0, 0), (1, 1), (2, 0), (3, 1). Требуется:
 Построить кубический сплайн, проходящий через эти точки.
 Записать аналитическое выражение для каждого отрезка сплайна.
 Вычислить значения сплайна в точках (0,5; 1,5; 2,5) и сравнить их с линейной интерполяцией.
- 2.Используйте тот же набор точек из задания 1.
 Построить параболический (квадратичный) сплайн.
 Построить линейный сплайн.
 Сравнить полученные кривые с исходными данными и между собой.

Раздел 3. «Численное дифференцирование и интегрирование»

Тема 3.1.«Численное дифференцирование»

1.Практическое занятие «Реализация методов численного дифференцирования» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

- 1.Функция $f(x)$ задана таблицей:

x_i	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
y_i	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6

Используя формулы численного дифференцирования (центральную разность для первой производной и односторонние разности для второй производной), найти приближённые значения первой и второй производных в точке $x = 1.4$.

Сравнить полученные результаты с точным значением производной $f'(x) = \cos(x)$ в точке $x = 1.4$.

Оценить погрешности результатов, учитывая, что значения в таблице даны с точностью до 0.01.

2. Дана таблица значений функции:

x_i	0.0	0.5	1.0	1.5
y_i	1.0	$1.6 - 0.5x$	$1.96 - 0.5x^2$	$2.25 - 0.5x^3$

Построить интерполяционный полином Лагранжа для этих данных.

Вычислить значения первой и второй производных в точке $x = 1.0$ с помощью этого полинома.

2. Практическое занятие «Применение численного дифференцирования для анализа данных» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Дана таблица значений функции $y = \sin x$ в равноотстоящих узлах с шагом $h = 0,1$.

x	y
0.0	0.0
0.1	0.0998
0.2	0.1987
0.3	0.2955
0.4	0.3894
0.5	0.4794

Требуется:

Вычислить приближённые значения первой производной в внутренних точках интервала, используя формулы:

правых конечных разностей;

левых конечных разностей;

центральных разностей.

Сравнить полученные результаты с точным значением производной $y' = \cos x$

Тема 3.2. «Численное интегрирование»

1. Практическое занятие «Применение метода трапеций для

численного интегрирования» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Вычислить приближённо определённый интеграл $\int_0^2 \sin x^2 dx$ методом трапеций, разбив отрезок интегрирования на 15 равных частей.

2. Приближённо найти значение интеграла

$$\int_{-2}^2 e^{x-1} dx$$

с помощью метода трапеций, используя 30 трапеций/

2. Практическое занятие «Численное интегрирование методом Симпсона для оценки сложных интегралов» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Вычислить приближённо интеграл $\int_0^5 \frac{x}{x^4+4} dx$ методом Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 5 равных частей.

2. Применить метод Симпсона для расчёта интеграла с шагом разбиения $h = 0,1$:

$$\int_0^{\pi} \sin(3x^2 + 12) dx$$

Раздел 4. «Численные методы решения дифференциальных уравнений»

Тема 4.1. «Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ)»

1. Практическое занятие «Решение ОДУ методом Эйлера» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Решить задачу Коши для ОДУ $y' = x + \cos(y/7)$, $y(0.9) = 1.7$ на отрезке $[0.9; 1.9]$ с шагом $h = 0.1$. Результаты вычислений представить в виде таблицы.

2. Применить метод Эйлера для решения задачи $y' = y - x^2 + 1$, $y(0) = 1$ на отрезке $[0; 1]$ с шагом $h = 0.2$.

2. Практическое занятие «Применение метода Рунге-Кутты для решения ОДУ в моделировании процессов» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Решить задачу Коши методом Рунге-Кутты 4-го порядка для уравнения

$y' = y - x^2$ с начальным условием $y(0) = 3$ на отрезке $[0; 1]$ с шагом $h = 0,2$.

2. Решить систему

$$y' = z$$

$$z' = -y + x^2$$

с начальными условиями $y(0) = 1, z(0) = 0$ на интервале $[0; 1]$ с шагом $h = 0,1$.

Тема 4.2. «Краевые задачи»

1. Практическое занятие «Решение краевых задач с использованием разностных схем» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Решите краевую задачу $u''(x) = -f(x), 0 < x < 1, u(0) = 1, u(1) = -2/\pi^3$, где $f(x) = x \sin(\pi x)$

Требования:

- Постройте разностную схему на равномерной сетке.
- Найдите порядок аппроксимации схемы.

2. Практическое занятие «Применение численных методов для решения краевых задач в задачах моделирования» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1. Решите краевую задачу методом конечных разностей:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x), x \in [a, b]; y(a) = y_a, y(b) = y_b.$$

Выберите конкретный вид функций $p(x), q(x), f(x)$ и граничные условия (например, для простоты можно взять $p(x) = 0, q(x) = 1, f(x) = 0, y(0) = 0, y(1) = 1$).

- Постройте разностную схему: запишите дискретный аналог уравнения в узлах сетки.
- Сформируйте систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Раздел 5. «Численные методы для оптимизации»

Тема 5.1. «Градиентные методы оптимизации»

1. Практическое занятие «Реализация метода градиентного спуска для оптимизации функций» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1.Реализовать метод градиентного спуска для функции

$$f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2.$$

Начать с точки (0, 0), использовать шаг $\alpha = 0,1$. Провести 10 итераций и вывести итоговую точку минимума.

2.Оптимизировать функцию $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2$, начиная с точки (2, -2), с шагом $\alpha = 0,1$. Сравнить количество итераций с предыдущим примером и сделать вывод о влиянии весов на скорость сходимости.

2.Практическое занятие «Применение стохастического градиентного спуска для больших наборов данных» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1.Реализуйте алгоритм стохастического градиентного спуска (SGD) с нуля для задачи линейной регрессии.

2.Сравните эффективность SGD и стандартного градиентного спуска на задаче логистической регрессии с регуляризацией (L2-штраф).

Тема 5.2. «Методы многомерной оптимизации»

1.Практическое занятие «Применение метода Ньютона для оптимизации многомерных функций» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

1.Найти точку минимума функции $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy$.

Требования:

Вычислить градиент.

Записать итерационную формулу метода Ньютона.

Провести две итерации, начиная с начальной точки $x_0 = 1, y_0 = 1$, и оценить скорость сходимости.

Сравнить результат с точным минимумом (0, 0).

2.Практическое занятие «Оптимизация многомерных функций с ограничениями» (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Практические задания:

Найти экстремумы функции $f(x, y) = x^2 + y^2$ при ограничении $g(x, y) = x + y - 2 = 0$.

Задания:

1. Проверить условие регулярности (невыврожденности ограничения).

2. Составить функцию Лагранжа.

3. Выписать и решить систему уравнений для нахождения условно-стационарных точек.

4. Проверить достаточные условия второго порядка и классифицировать найденную точку.

Критерии оценки выполнения практических заданий

Оценка «отлично» выставляется студенту, если практическое задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; итогом решения задачи явилось получение правильных результатов и выводов; в ходе решения задания верно и аккуратно выполнены все вычисления и записи.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если практическое задание выполнено правильно с учетом мелких погрешностей или недочетов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если практическое задание выполнено правильно не менее чем наполовину, допущены некоторые погрешности или одна грубая ошибка.

Оценки «неудовлетворительно» заслуживает студент, если при решении практического задания допущены две (и более) грубые ошибки, или задание не решено полностью.

Итоговые тестовые задания

(ОК 01; ОК 02; ОК 03)

1. Чем вызвана неустранимая погрешность?

а) Тем, что математическая модель исследуемого объекта никогда не учитывает всех без исключения явлений, влияющих на состояние объекта, и тем, что входящие в задачу заданные параметры (числа или функции) измеряются с какой-либо ошибкой.

б) Тем, что любые арифметические операции над числами производятся при наличии ограниченного количества используемых для записи чисел разрядов позиционной системы исчисления.

в) Тем, что в результате применения численного метода могут быть получены не точные, а приближенные значения искомой функции, даже если все предписанные методом вычисления проделаны абсолютно точно.

2. Чем обусловлено появление погрешности округления при численном решении поставленной задачи?

а) Тем, что математическая модель исследуемого объекта не может учитывать все без исключения явления, влияющие на состояние объекта.

б) Тем, что любые арифметические операции над числами производятся при наличии ограниченного количества используемых для записи чисел разрядов позиционной системы исчисления.

в) Тем, что в результате применения численного метода могут быть получены не точные, а приближенные значения искомой функции, даже если все предписанные методом вычисления проделаны абсолютно точно.

3. Опишите метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.

а) В основе данного метода лежит идея последовательного исключения неизвестных. Решение системы распадается на два этапа: 1) прямой ход, когда исходная система приводится к треугольному виду; 2) полученные коэффициенты при неизвестных и правые части уравнений хранятся в памяти ЭВМ и используются при осуществлении обратного хода, который заключается в нахождении неизвестных из системы треугольного вида.

б) Заданная система линейных уравнений каким-либо образом приводится к эквивалентному виду. Исходя из произвольного начального вектора, строится итерационный процесс. При выполнении достаточных условий сходимости получается последовательность векторов, неограниченно приближающихся к точному решению.

в) Если матрица коэффициентов A невырожденная (определитель этой матрицы не равен нулю), то исходная система имеет единственное решение.

4. Каковы недостатки решения системы уравнений по правилу Крамера?

а) Данное правило разработано и применимо лишь для решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов.

б) Реализация данного метода в виде вычислительной процедуры требует выполнения значительного количества арифметических операций и соответственно больших затрат машинного времени. Кроме того, он очень чувствителен к ошибкам округления.

в) Данный метод дает менее точные результаты, чем другие методы решения систем линейных алгебраических уравнений. При этом требуется выполнение жестких достаточных условий сходимости.

5. В методе Якоби собственные векторы исходной матрицы находятся как

- а) столбцы матрицы, приведенной к диагональному виду
- б) столбцы матрицы плоского вращения
- в) столбцы матрицы ортогонального преобразования, которая приводит исходную матрицу к диагональному виду
- г) в готовом виде собственные векторы метод Якоби не дает.

6. Метод Якоби применяется для нахождения собственных значений

- а) симметричных матриц
- б) ортогональных матриц
- в) унитарных матриц
- г) любых квадратных матриц.

7. При приведении исходной матрицы к диагональному виду с помощью метода Якоби сумма всех диагональных элементов на каждом шаге метода Якоби

- а) уменьшается
- б) увеличивается
- в) не изменяется
- г) может как уменьшаться, так и увеличиваться.

8. В чем состоит суть методов численного интегрирования функций?

а) Суть состоит в замене подынтегральной функции $f(x)$ вспомогательной, интеграл от которой легко вычисляется в элементарных функциях.

б) Суть состоит в следующем: при заданном числе интервалов разбиения следует расположить их концы так, чтобы получить наивысшую точность интегрирования.

в) Суть состоит в том, что из подынтегральной функции $f(x)$ выделяют некоторую функцию $g(x)$, имеющую те же особенности, что функция $f(x)$, элементарно интегрируемую на данном промежутке и такую, чтобы разность

$f(x) - g(x)$ имела нужное число производных.

9. Назовите области применения формул численного интегрирования.

а) К численному интегрированию чаще всего прибегают, когда приходится вычислять интегралы от функций, заданных таблично, или, когда непосредственное интегрирование функции затруднительно.

б) К численному интегрированию чаще всего прибегают, когда приходится вычислять значения функции в промежуточных точках, при этом данная функция задана в табличном виде и аналитическое выражение функции неизвестно.

в) К численному интегрированию чаще всего прибегают, когда требуется определить допустимую погрешность аргументов по допустимой погрешности функции.

10. Проведите сравнение формул численного интегрирования по точности на основании остаточных членов формул.

а) Формула прямоугольников обеспечивает высокую точность при небольшом числе узлов, чем формулы Симпсона и трапеций, а последние – более точные результаты, чем формула Гаусса. Однако для функции малой гладкости, имеющих лишь 1-ю или 2-ю производную, а также для функций с разрывами производных простые формулы интегрирования (Гаусса, трапеции и Симпсона) могут давать примерно ту же точность, что и формула прямоугольников.

б) Для функций, имеющих непрерывные производные достаточно высокого порядка при одинаковом числе узлов, формула Гаусса дает значительно более точные результаты, чем формула Симпсона, а последняя – более точные результаты, чем формулы прямоугольников и трапеций. При этом для получения одной и той же точности по формуле Гаусса необходимо выполнить меньше операций, чем по формуле Симпсона, а по последней – меньше, чем по формуле трапеций.

в) Анализ формул численного интегрирования показывает, что для функций высокой гладкости квадратурная формула трапеций является наиболее точной по сравнению с формулами Гаусса и Симпсона). Однако для функций с разрывами производных наиболее точной является более сложная формула прямоугольников.

11. В чем преимущество метода Зейделя для решения системы линейных алгебраических уравнений перед методом простой итерации?

а) Дает большой выигрыш в точности, так как, во-первых, метод Зейделя существенно уменьшает число умножений и делений, во-вторых,

позволяет накапливать сумму произведений без записи промежуточных результатов.

б) Метод Зейделя являются абсолютно сходящимся, т.е. для него нет необходимости вводить достаточные условия сходимости в отличие от метода простой итерации.

12. Для решения систем линейных алгебраических уравнений какого вида разработан метод прогонки?

а) Метод прогонки разработан для решения систем линейных алгебраических уравнений с разреженной (лишь малая доля элементов матрицы отлична от нуля) матрицей коэффициентов.

б) Метод прогонки разработан для решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов.

в) Метод прогонки разработан для решения систем линейных алгебраических уравнений с аperiodической матрицей коэффициентов.

13. Вычисление интеграла равносильно вычислению

а) объёма любой фигуры;

б) площади любой фигуры;

с) объёма тела, полученного вращением криволинейной трапеции, у которой $x = a$, $x = b$, $y = 0$, $y = f(x)$;

д) площади криволинейной трапеции, ограниченной линиями $x = a$, $x = b$, $y = 0$, $y = f(x)$.

14. Сущность метода Симпсона заключается в том, что через три последовательные ординаты разбиения проводится

а) квадратичная парабола;

б) любая кривая;

с) синусоида;

д) гиперболы.

15. Методы численного интегрирования для вычисления применимы тогда, когда

а) невозможно определить первообразную $F(x)$;

б) невозможно определить производную $f'(x)$;

с) неизвестен интервал интегрирования $[a, b]$;

д) функция $y = f(x)$ задана графически.

16. Наиболее грубым методом численного интегрирования является метод

- a) прямоугольников;
- b) трапеций;
- c) парабол;
- d) Симпсона.

17. Необходимым условием применения формул Симпсона является: число точек разбиения должно быть

- a) четным числом;
- b) целым числом;
- c) нечетным числом;
- d) кратным «4».

18. Если h - шаг интегрирования то, чем больше h тем

- a) точнее получатся приближенное значение интеграла;
- b) выше погрешность вычислений приближенного значение интеграла;
- c) больше объем вычислений;
- d) больше число точек разбиения.

19. В чем заключается задача обратного интерполирования?

a) Пусть функция $y = f(x)$ задана таблицей. Требуется по заданному значению функции y найти соответствующее значение аргумента x .

б) Пусть функция $y = f(x)$ задана таблицей. Требуется найти функцию $g(x)$, расчеты по которой либо совпадают, либо в определенном смысле приближаются к данным значениям функции $f(x)$.

в) Пусть функция $y = f(x)$ задана таблицей. Требуется построить полином вида, принимающий в точках x_i , называемых узлами, значения интерполируемой функции $f(x_i)$.

20. Назовите достоинства и недостатки интерполяционных формул Лагранжа.

a) Достоинство – метод наиболее прост в понимании и организации вычислительного процесса. Основной недостаток метода – при увеличении числа узлов и соответственно степени интерполяционный многочлен Лагранжа требуется строить заново.

б) Достоинство – метод относится к числу итерационных методов и имеет наибольшую точность интерполяции. Основной недостаток метода – медленная скорость сходимости, что приводит к значительным затратам машинного времени.

в) Достоинство – использование многочленов невысокого порядка и вследствие этого малое накопление погрешностей в процессе вычислений. Основной недостаток метода – из числа методов интерполяции наиболее сложен в организации вычислительного процесса.

21. Назовите области применения интерполирования функций.

а) К интерполированию функций чаще всего прибегают, когда приходится вычислять значения функции в промежуточных точках, при этом данная функция задана в табличном виде и аналитическое выражение функции неизвестно. Интерполирование применяют и в случае, когда аналитический вид функции известен, но сложен и требует большого объема вычислений для определения отдельных значений функции.

б) К интерполированию функций чаще всего прибегают, когда приходится вычислять производные от функций, заданных таблично, или когда непосредственное дифференцирование функции затруднительно. Интерполирование применяют и в случае, когда необходимо вычислить производные от функций, имеющих разрыв 2-го рода.

в) К интерполированию функций чаще всего прибегают, когда требуется определить допустимую погрешность аргументов по допустимой погрешности функции. Интерполирование применяют и в случае, когда необходимо вычислить погрешность функции нескольких переменных при заданных погрешностях аргументов.

22. В чем заключается задача обратного интерполирования?

а) Пусть функция $y = f(x)$ задана таблицей. Требуется по заданному значению функции y найти соответствующее значение аргумента x .

б) Пусть функция $y = f(x)$ задана таблицей. Требуется найти функцию $g(x)$, расчеты по которой либо совпадают, либо в определенном смысле приближаются к данным значениям функции $f(x)$.

в) Пусть функция $y = f(x)$ задана таблицей. Требуется построить полином вида, принимающий в точках x_i , называемых узлами, значения интерполируемой функции $f(x_i)$.

23. В чем достоинство и недостаток метода Ньютона нахождения корней нелинейного уравнения?

а) Метод Ньютона весьма быстро сходится, точность каждого приближения в этом методе пропорциональна квадрату точности предыдущего. Основной недостаток метода – необходимость достаточно точного начального приближения.

б) Метод Ньютона относится к числу итерационных методов второго порядка и имеет наибольшую точность нахождения корней нелинейного уравнения. Основной недостаток метода – медленная скорость сходимости, что приводит к значительным затратам машинного времени при решении сложных нелинейных уравнений.

в) Метод Ньютона в ряду итерационных методов нахождения корней нелинейного уравнения наиболее прост в организации вычислительного процесса. Основной недостаток метода – достаточно медленная скорость сходимости.

24. Проведите сравнение методов деления отрезка пополам (ДОП) и Ньютона по различным критериям (универсальность, скорость сходимости).

а) Метод Ньютона обладает большей универсальностью, чем метод ДОП, т.к. сходимость зависит только от выбора начальной точки. Вычисления методом ДОП можно начинать лишь с отрезка, на концах которого функция имеет разные знаки, а внутри этого интервала непрерывные производные 1-го и 2-го порядков. При решении практических задач не всегда удастся проверить выполнение необходимых ограничений на выбор подобного интервала. Однако метод ДОП обладает более высокой скоростью сходимости.

б) Более универсальным является метод ДОП. Он гарантирует получение решения для любой непрерывной функции $f(x)$, если найден интервал, на котором она меняет знак. Метод Ньютона предъявляет к функции более жесткие требования. Сходимость метода Ньютона существенно зависит от выбора начальной точки. При реализации данного метода необходимо предусматривать вычисление производных функции для организации итерационного процесса и проверки условий сходимости. Важным преимуществом метода Ньютона является высокая скорость сходимости, обеспечивающая значительную экономию машинного времени при решении сложных нелинейных уравнений.

в) Методы Ньютона и ДОП имеют одинаковые необходимые и достаточные условия сходимости, поэтому применимы в одинаковых условиях. Однако метод ДОП обладает линейной скоростью сходимости,

поэтому весьма быстро сходится в отличие от метода Ньютона, который обладает лишь квадратичной скоростью сходимости.

25. В чем достоинство неявных методов решения дифференциальных уравнений?

а) В том, что неявные методы в большинстве случаев абсолютно устойчивы.

б) В том, что неявные методы в большинстве случаев являются более простыми в реализации в виде программного продукта.

в) В том, что неявные методы не требуют на каждом шаге решения нелинейного уравнения.

26. Какая конечно-разностная схема, аппроксимирующая дифференциальное уравнение в частных производных, называется согласованной?

а) Согласованной называется разностная схема, аппроксимирующая уравнение в частных производных, если при измельчении сетки погрешность аппроксимации стремится к нулю.

б) Разностная схема называется согласованной, если на каждом шаге по маршевой координате любая ошибка не возрастает при переходе от одного шага к другому.

в) Согласованной схемой называется разностная схема, обеспечивающая точное выполнение законов сохранения (исключая погрешности округления) на любой сетке в конечной области, содержащей произвольное число узлов разностной сетки.

27. Какая задача для уравнений в частных производных называется корректно поставленной?

а) Задача для уравнений в частных производных называется корректно поставленной, если выполняются условия устойчивости и согласованности.

б) Задача для уравнений в частных производных называется корректно поставленной, если она имеет единственное решение, непрерывно зависящее от начальных и граничных условий.

в) Задача для уравнений в частных производных называется корректно поставленной, если начальные и граничные условия определены и непрерывны в заданной области.

28. Какая конечно-разностная схема называется слабо неустойчивой (устойчивой)?

а) Если отдельная погрешность округления растет (не растет), то разностная схема называется слабо неустойчивой (устойчивой).

б) Если при измельчении сетки погрешность аппроксимации стремится к нулю (единице), то разностная схема называется слабо неустойчивой (устойчивой).

в) Если полная погрешность округления растет (не растет), то разностная схема называется слабо неустойчивой (устойчивой).

29. Какие физические процессы описывают уравнения в частных производных эллиптического типа?

а) Уравнения в частных производных эллиптического типа обычно описывают установившиеся процессы.

б) Уравнения в частных производных эллиптического типа обычно описывают одномерные динамические процессы.

в) Уравнения в частных производных эллиптического типа обычно описывают неустановившиеся процессы, но зона зависимости их решений в отличие от гиперболических уравнений не ограничена.

30. Укажите методы построения конечно-разностных схем, аппроксимирующих дифференциальное уравнение в частных производных.

а) Методы: 1) разложение функций в ряд Фурье; 2) дифференциальный метод; 4) метод конечного объема.

б) Методы: 1) разложение функций в ряд Тейлора; 2) интерполяция функций полиномами; 3) интегральный метод; 4) метод контрольного объема.

в) Методы: 1) простой явный метод Эйлера; 2) метод Лакса-Вендроффа; 3) метод использования разностей против потока; 4) метод Кранка-Николсона.

31. Дайте определение маршевой задачи для уравнений в частных производных.

а) Задача называется маршевой, если решение уравнения в частных производных внутри некоторой области определяется лишь условиями на границе этой области.

б) Задача называется маршевой, если на границе области задана линейная комбинация искомой функции и ее производной по нормали к границе.

в) Маршевой называется задача, в которой требуется найти решение уравнения в частных производных в незамкнутой области при заданных граничных и начальных условиях.

32. При уменьшении вдвое шага интегрирования точность решения ОДУ четырехточечным методом Рунге-Кутты увеличивается в

- а) 4 раза б) 8 раз в) 32 раза г) 10 раз.

33. Четырехточечный метод Рунге-Кутты пригоден для решения ОДУ
а) только первого порядка б) только второго порядка

- в) только четвертого порядка г) любого порядка.

Критерии оценки знаний студентов при проведении тестирования

Оценка «отлично» выставляется при условии правильного ответа студента не менее чем на 86 % тестовых заданий;

Оценка «хорошо» выставляется при условии правильного ответа студента на 70-85 % тестовых заданий;

Оценка «удовлетворительно» выставляется при условии правильного ответа студента на 50-69 % тестовых заданий;

Оценки «неудовлетворительно» заслуживает студент при условии правильного ответа студента менее чем на 50 % тестовых заданий.

Задания для самостоятельной работы
Тематика докладов, сообщений
(ОК 01; ОК 02; ОК 03)

Раздел 2. «Интерполяция и аппроксимация данных»

Тема 2.2. «Аппроксимация функций»

«Метод наименьших квадратов и его назначение»,

«Аппроксимация данных с использованием сплайнов»

Раздел 3. «Численное дифференцирование и интегрирование»

Тема 3.2. «Численное интегрирование»

«Квадратурные методы: метод трапеций»,

«Задачи машинного обучения»

Раздел 4. «Численные методы решения дифференциальных уравнений»

Тема 4.2. «Краевые задачи»

«Решение краевых задач»,

«Краевые задачи в задачах моделирования»

Раздел 5. «Численные методы для оптимизации»

Тема 5.1. «Градиентные методы оптимизации»

«Оптимизация функций»,

«Понятие метода градиентного спуска»

Тема 5.2. «Методы многомерной оптимизации»

«Понятие многомерной функций»,

«Методы оптимизации с ограничениями»

Критерии оценки докладов, сообщений

Оценка «отлично» выставляется студенту, если содержание доклада (сообщения) соответствует тематике; доклад (сообщение) подготовлен в соответствии с общими требованиями: имеет чёткую композицию и структуру; в содержании доклада (сообщения) отсутствуют логические нарушения в представлении материала; доклад (сообщение) представляет собой самостоятельное исследование, в котором проведен качественный анализ собранного материала. В случае письменного доклада (сообщения), к тому же соблюдены технические требования: корректно оформлены и в полном объёме представлен список использованных источников и ссылки на него в тексте доклада; отсутствуют орфографические, пунктуационные, грамматические, лексические, стилистические и иные ошибки в авторском тексте.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если содержание доклада (сообщения) соответствует заявленной тематике; доклад (сообщение) имеет чёткую композицию и структуру; в содержании доклада (сообщения) отсутствуют логические нарушения в представлении материала; доклад (сообщение) представляет собой самостоятельное исследование, в котором проведен качественный анализ собранного материала. В случае письменного доклада (сообщения), к тому же соблюдены технические требования, но есть погрешности в оформлении, например, не корректно оформлены и в не полном объёме представлены ссылки на использованные источники в тексте доклада (сообщения), есть единичные пунктуационные, стилистические и иные ошибки в авторском тексте.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если содержание доклада (сообщения) соответствует заявленной тематике; в целом доклад (сообщение) представляет собой самостоятельное исследование, однако в нем представлен недостаточно полный анализ найденного материала; доклад (сообщение) имеет недостаточно чёткую композицию и структуру и/или в тексте доклада (сообщения) есть логические нарушения в представлении материала. В случае письменного оформления доклада (сообщения) есть погрешности в техническом оформлении, например, некорректно оформлены или не в полном объёме представлены ссылки на использованные источники в тексте доклада (сообщения); есть единичные орфографические, пунктуационные, грамматические, лексические, стилистические и иные ошибки в авторском тексте.

Оценки **«неудовлетворительно»** заслуживает студент, если в докладе отмечены нарушения общих требований его подготовки; доклад (сообщение) не представляет собой самостоятельного исследования, в содержании доклада (сообщения) есть логические нарушения в представлении материала; отсутствует анализ собранного материала, текст доклада (сообщения) представляет собой непереработанный текст другого автора (других авторов). В случае письменного оформления доклада (сообщения) есть погрешности в техническом оформлении: не в полном объёме представлен список использованных источников, есть ошибки в оформлении; некорректно оформлены или не в полном объёме представлены ссылки на использованные источники в тексте доклада (сообщения); есть частые орфографические, пунктуационные, грамматические, лексические, стилистические и иные ошибки в авторском тексте.

2. Вопросы для промежуточной аттестации

Вопросы для устного (письменного) зачета по дисциплине (ОК 01; ОК 02; ОК 03)

1. Численные методы решения задачи Коши.
2. Метод Эйлера, оценка погрешности.
3. Усовершенствованный метод Эйлера.
4. Метод предиктор-корректор.
5. Метод Рунге-Кутты, оценка погрешности метода
6. Рунге-Кутта, наиболее употребительные алгоритмы.
7. Многошаговые методы.
8. Метод Адамса, оценка погрешности метода Адамса.
9. Неявные методы.
10. Правило Рунге оценки погрешности.
11. Аналитические методы.
12. Метод Пикара.
13. Метод Чаплыгина.
14. Интегрирование с помощью степенных рядов.
15. Метод малого параметра.
16. Численные методы решения краевых задач для ОДУ.
17. Краевая задача Штурма-Лиувилля.
18. Собственные значения, собственные функции и их свойства.
19. Функция Грина краевой задачи.
20. Метод пристрелки.
21. Метод неопределенных коэффициентов.
23. Метод моментов.
24. Разностные методы решения краевых задач.
25. Аппроксимация краевой задачи.
26. Построение разностной схемы.
27. Исследование разностной схемы: существование решения, единственность, устойчивость, оценка погрешности.
28. Построение функции Грина сеточной задачи.
29. Нахождение собственных значений.
30. Разностные аппроксимации повышенной точности.
31. Методы решения нелинейных краевых задач.
32. Основные задачи математической физики, операторная запись задачи.
33. Решение разностных уравнений 1-го и 2-го порядков.

34. Основные понятия теории разностных схем.
35. Аппроксимация, сходимость, устойчивость.
36. Понятие шаблона.
37. Построение разностных схем методом неопределенных коэффициентов.
38. Простейшие разностные схемы.
39. Уравнения параболического и гиперболического типа.
40. Построение разностных схем.
41. Явные и неявные схемы.
42. Методы исследования их устойчивости.
43. Многомерные нестационарные задачи.
44. Разностные схемы расщепления.
45. Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле.
46. Построение разностных схем.
47. Аппроксимация дифференциального уравнения и краевого условия.
48. Принцип максимума.
49. Устойчивость разностной схемы, оценка погрешности и сходимость.
50. Методы решения разностной задачи. Метод матричной прогонки.

Критерии оценки устного (письменного) зачета по дисциплине

Оценка **«отлично»** выставляется обучающемуся, если полно излагает изученный материал, правильно воспроизводит определения понятия, термины, обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка **«хорошо»** выставляется обучающемуся, если студент даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировках; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется, если ответ обучающегося не соответствует поставленным вопросам, демонстрирует отсутствие понимания теоретического материала. Студент не владеет базовой терминологией.